

به نام خدا

در این جلسه هم بحث "راهبردهای حل مساله" رو ادامه میدیم.

### راهبرد زیرمساله

یه وقتایی برای اینکه بتونیم یه مساله رو حل کنیم مجبوریم اونو به چند تا زیرمساله تقسیم کنیم یا به عبارت دیگه اونو به چند تا مساله کوچیکتر تبدیل کنیم.

با یه مثال بحث درس رو ادامه میدیم:

پس انداز هفتگی محمد ۳۰۰۰ تومان است، او حساب کرد ۵ هفته پس انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد. قیمت کیف چقدر است؟

به نظرتون چکار کنیم؟

اولین چیزی که به ذهنمون میاد اینه که اصلا ببینیم محمد توی این ۵ هفته چقدر پول پس انداز میکنه؟

$$5 \times 3000 = 15000$$

تا اینجا فهمیدیم که اگه محمد ۵ هفته پولاشو پس انداز کنه ۱۵۰۰۰ تومن پول داره.

خب مساله دیگه چی به ما گفته؟

گفته این پس انداز، یعنی این ۱۵۰۰۰ تومن، نصف قیمت کیفیه که محمد دوست داره،

پس یعنی اون کیف، قیمتش دو برابر این پوله. بنابراین:

$$15000 \times 2 = 30000$$

اما جواب مساله رو به دست آوردیم. آگه دقت کنید می بینید ما مساله اصلی رو به دو تا مساله کوچکتر تبدیل کردیم، به دو تا مساله زیر:

۱. پس انداز ممد در ۵ هفته بقدر است؟

۲. اگر این پس انداز نصف قیمت کیف باشد، پول کیف بقدر است؟

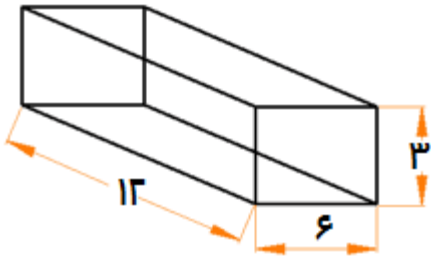
فیلی وقتا ما مجبوریم از این روش استفاده کنیم، هر چی مساله پیچیده تر باشه این راهبرد بیشتر به ما کمک میکنه. یه مثال دیگه با هم حل می کنیم:

طول و عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶ و ۳ متر است. میفواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند اگر برای هر متر مربع ۰/۳ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ مورد نیاز است؟

بیاید یه کار جالب کنیم، از آخر شروع کنیم ببینیم مساله چی میفواد؟

گفته "چند کیلوگرم رنگ مورد نیاز است"، یه جمله که عقب تر بریم گفته "برای هر متر مربع ۰/۳ کیلوگرم رنگ لازمه"

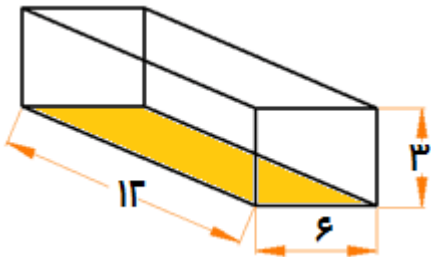
پس ما برای اینکه بفهمیم چند کیلوگرم رنگ لازم داریم باید ببینیم مساحت استخرمون بقدره. مساحت استخر رو مناسبه می کنیم. به شکل زیر دقت کنید:



برای اینکه مساحت استفر رو به دست بیاریم، باید چیا رو حساب کنیم؟

باید مساحت کف استفر رو مناسبه کنیم، مساحت دو تا دیوار کوچیک و دو تا دیوار بزرگ رو هم پیدا کنیم و با هم جمع کنیم.

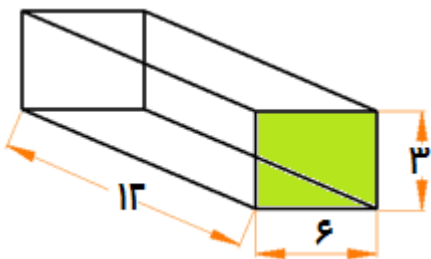
برای مناسبه مساحت کف استفر شکل زیر رو ببینید:



کف استفر یه مستطیله با ابعاد ۶ و ۱۲، پس مساحتش برابر میشه با:

$$۱۲ \times ۶ = ۷۲$$

حالا بریم سراغ دیوارای کوچیکتر استفر، شکل زیر رو ببینید:



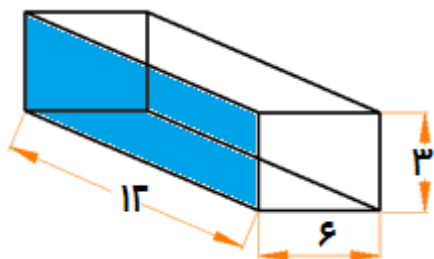
اینم یه مستطیله با ابعاد ۳ و ۶. داریم:

$$۶ \times ۳ = ۱۸$$

حالا نگاه کنید، روبروی این دیوار، به دیوار دیگر با همین ابعاد وجود دارد، پس مساحت این دو تا دیوار برابر همیشه با:

$$18 \times 2 = 36$$

الان باید مساحت دیوار بزرگتر رو حساب کنیم، شکل زیر رو ببینید:



این هم به مستطیل با ابعاد ۱۲ و ۳. بنابراین:

$$12 \times 3 = 36$$

اینجا هم دو تا دیوار هم اندازه داریم پس مساحت دو تا دیوار بزرگ همیشه:

$$36 \times 2 = 72$$

$$72 + 36 + 72 = 180$$

پس مساحت استخر برابره با:

تا اینجا مساحت استخر رو حساب کردیم، حالا باید ببینیم چقدر رنگ مورد نیازه؟

صورت سوال گفته بود برای هر متر مربع ۰/۳ کیلوگرم رنگ لازم داریم:

$$180 \times 0.3 = 54$$

بنابراین رنگ مورد نیاز ما ۵۴ کیلوگرمه.

## راهبرد حل مساله ساده تر

برای حل کردن بعضی از مساله‌ها، بهتره که اول اون رو به یه مساله ساده تر تبدیل کنیم تا بتونیم راه حل رو بفهمیم و بعد با توجه به راه حلی که به دست آوردیم مساله اصلی رو حل کنیم.

یکی از روشهای ساده تر کردن سوالهایی که عددهای بزرگ دارن اینه که از عددهای تقریبی استفاده کنیم. مثال زیر برو با هم ببینیم:

قطر خورشید  $1392530$  کیلومتر و قطر کره زمین  $1275616$  است. قطر خورشید

تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

برای ساده تر کردن این مساله، از عددهای تقریبی استفاده می‌کنیم:

به جای  $1392530$  می‌نویسیم  $1000000$

و به جای  $1275616$  می‌نویسیم  $10000$

حالا مساله رو با این اعداد حل می‌کنیم. برای اینکه بفهمیم قطر خورشید چند برابر قطر زمین هست، باید قطر خورشید رو بر قطر زمین تقسیم کنیم:

$$1000000 \div 10000 = 100$$

پس قطر خورشید تقریباً  $100$  برابر قطر زمین.

یه روش دیگه که برای ساده تر کردن مسائل وجود داره اینه که قدم به قدم جلو بریم، یعنی اول یه قسمت کوچیک از سوال رو حل کنیم، بعد یه قسمت دیگه و انقدر ادامه بدیم تا بتونیم یه الگو برای جوابها پیدا کنیم. اگه متوجه توضیحات نشدید، نگران نباشید 😊، دو تا مثال حل می کنیم که کاملا متوجه بشید:

حاصل عبارت مقابل را به دست آورید:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024}$$

خب! ما که ماشین حساب نیستیم که بتونیم یه جمع کسری طولانی رو یهوپی حل کنیم. از اینکه سوال طولانیه و سخت به نظر میرسه، چی رو باید متوجه بشیم؟ این که باید از راهبرد ساده کردن استفاده کنیم. یعنی چطوری؟

اول دو تا کسر اول رو با هم جمع می کنیم. مفرج مشترک می گیریم:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

پس حاصل این جمع به صورت زیر شد:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

حالا سه تا کسر اول رو با هم جمع می کنیم (توجه داشته باشید که جمع دو کسر اول رو به دست آوردیم، پس جاگذاری می کنیم):

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

پس حاصل جمع سه تا کسر اول به صورت زیر شد:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

حالا چهار تا کسر اول رو جمع می‌کنیم (توجه داشته باشید که جمع سه کسر اول رو به دست آوردیم، پس جاگذاری می‌کنیم):

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{8} + \frac{1}{16} = \frac{14}{16} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

پس حاصل جمع چهار تا کسر اول به صورت زیر شد:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

آیا تونستید الگویی بین این حاصل جمع ها پیدا کنید؟ به بار دیگه جمع ها رو کنار هم می‌نویسیم تا بهتر بتونیم الگو رو بینیم:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

همین طور که می‌بینیم، جواب هر قسمت به کسره به این صورت:

مخرجش برابر مخرج آخرین کسره

و صورتش یکی کمتر از مفرجه

حالا که الگو رو به دست آوردیم، می‌تونیم جواب نهایی رو هم بنویسیم:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{1024} =$$

مخرج جواب باید برابر مخرج آخرین کسر باشه یعنی  $1024$  و صورت جواب باید یکی کمتر

باشه یعنی  $1023$ ، پس جواب نهایی برابره با  $\frac{1023}{1024}$

مثال بعد:

راهبرد روشهای نمادین

یه وقتایی برای حل یه مساله از نمادهای چپری استفاده می‌کنیم و یه معادله می‌نویسیم ، این روش فیلی کاربردی، پس سعی کنید فوب یادش بگیرید.  
یه مثال حل کنیم:

احمد ۳۰۰۰ تومان پول داشت، او ۴ دختر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش پول ماند. قیمت هر دختر چقدر است؟

اگه به زبون ساده بخوایم بگیریم، اینطوری می‌گیریم:

پول ۴ تا دختر باضافه‌ی ۲۰۰۰ تومن، میشه ۳۰۰۰ تومن، اگه بخوایم یه کم ریاضی تر بگیریم، اینطوری می‌گیریم:

$$۲۰۰۰ + ۴ \text{ پول تا دختر} = ۳۰۰۰$$

اگه بخوایم باز ۴ ریاضی تر بشه، به جای پول دختر یه جای فالی میذاریم که دیگه چیزی به فارسی نوشته نشده باشه:

$$۲۰۰۰ + ۴ \times \blacksquare = ۳۰۰۰$$



توی فصل سوم روش اصلی حل این مساله رو یاد می‌گیرید، فعلا سعی کنید جواب رو درس بزنید تا جواب به دست بیاد:

درس اول: قیمت هر دفتر برابر است با ۲۰۰

پس بهای مربع عدد دویست رو قرار میدیدم ببینیم تساوی برقرار همیشه یا نه:

$$۴ \times ۲۰۰ + ۲۰۰۰ = ۲۸۰۰ \neq ۳۰۰۰$$

میبینیم که تساوی برقرار نیست، یه درس دیگه میزنیم:

درس دوم: قیمت هر دفتر برابر است با ۲۵۰

درسمون رو امتحان می‌کنیم:

$$۴ \times ۲۵۰ + ۲۰۰۰ = ۳۰۰۰ = ۳۰۰۰$$

این درسمون درست بود بنابراین قیمت هر دفتر برابر با ۲۵۰ تومانه.

یه مثال دیگه:

خاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند، اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، خاطمه به طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

به زبون ساده می‌گیم:

$$۱۰۰ = ۱۰ \text{ صفحه} + \text{تعداد صفحه هایی که در ۶ ساعت مطالعه کرده}$$

برای اینکه ریاضی تر بنویسیم، فرض می‌کنیم در هر ساعت  صفحه مطالعه کرده، پس

به صورت زیر می‌نویسیمش:

$$4 \times \square + 10 = 100$$

بازم میایم درس میزنیم:

درس ۱: هر ساعت ۱۰ صفحه مطالعه کرده، بنابراین داریم:

$$4 \times 10 + 10 = 70 \neq 100$$

مردمون اشتباه بود، یه درس دیگه رو امتحان می‌کنیم:

درس ۲: هر ساعت ۱۵ صفحه مطالعه کرده، بنابراین داریم:

$$4 \times 15 + 10 = 100 = 100$$

پس این درس درست بود، بنابراین در هر ساعت ۱۵ صفحه مطالعه کرده است.

حل تمرین صفحه ۱۰  
راهبردهای حل مساله

۱-  $\frac{1}{4}$  دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و  $\frac{1}{5}$  دانش‌آموزان آن کلاس فوتبال بازی می‌کنند.

سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

مساله رو در چند قسمت حل می‌کنیم:

**قسمت اول:**

کسایی که دارن بازی میکنن چه کسری رو تشکیل میدن؟

کسانی که فوتبال و بسکتبال بازی میکنند رو با هم جمع می‌کنیم:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$$

$\frac{8}{15}$  از بچه‌ها دارن بازی میکنند

قسمت دوم:

چه کسری از بچه‌ها دارن بازی رو تماشا می‌کنن؟

$$\frac{15}{15} - \frac{8}{15} = \frac{7}{15}$$

تا اینجا فهمیدیم که  $\frac{7}{15}$  از بچه‌ها دارن بازی رو تماشا می‌کنن

حالا این  $\frac{7}{15}$  چند نفرن؟ طبق صورت سوال ۱۴ نفرن.

قسمت سوم:

تعداد دانش آموزای کلاس چند نفره؟

با این اطلاعاتی که داریم و با استفاده از جدول تناسب، تعداد کل بچه‌های کلاس رو به دست میاریم:

$$\frac{\text{تعداد تماشاگر}}{\text{کل کلاس}} = \frac{7}{15} = \frac{14}{x}$$

۷ دو برابر شده و به ۱۴ تبدیل شده، ما هم ۱۵ رو دو برابر میکنیم، بنابراین:

$$x = 30$$

تعداد کل بچه های کلاس ۳۰ نفر هست.

۲- مساحت مربعی به ضلع ۱۰۰ سانتی متر، ۱ متر مربع است. اگر از ضلع مربع ۱۰ درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می شود؟

برای اینکه درک بهتری از مساله داشته باشیم، شکل مربع رو می کشیم:



قسمت اول:

مساحت مربع جدید رو به دست میاریم:

از هر ضلع ده درصد کم کردیم، پس هر ضلع زمین جدید برابر ۹۰ سانتیمتر میشه.

از طرفی می دونیم مساحت مربع برابر با یک ضلع ضرب در خودش، پس مساحت زمین جدید برابر با:

$$90 \times 90 = 8100$$

مساحت زمین جدید برابر ۸۱۰۰ سانتیمتر مربعه

قسمت دوم:

مساحت مربع جدید چقدر از مساحت مربع قبلی کمتر شده؟

مساحت مربع جدید برابر ۸۱۰۰ سانتیمتر مربعه

مساحت مربع قبلی چقدر بود؟ ۱ متر مربع ، یعنی ۱۰۰۰۰ سانتی متر مربع

بنابراین:

$$10000 - 8100 = 1900$$

پس مساحت مربع جدید ۱۹۰۰ سانتی متر مربع از قبلی کمتره.

قسمت سوم:

صورت سوال از ما فواسته که این مقدار رو به درصد حساب کنیم:

$$\frac{\text{مساحت کم شده}}{\text{مساحت کل}} = \frac{1900}{10000} = \frac{x}{100}$$

۱۰۰۰۰ بر ۱۰۰ تقسیم شده، پس ۱۹۰۰ هم بر ۱۰۰ تقسیم می‌کنیم و نتیجه برابر میشه با: ۱۹

پس مساحت ۱۹ درصد کاهش پیدا کرده

ادامه تمرینها رو می‌تونید در "کانال خصوصی حل تمرین و نمونه سوال" ببینید 😊

در صورت تمایل به عضویت، به ادمین کانال مراجعه کنید.

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

[www.riazibaham.ir](http://www.riazibaham.ir)

و کانال‌های @RiaziBaHam و @RiaziBaHam7

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات  
امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.

@RiaziBaHam